

# CAD 技术在非圆链传动瞬时传动比分析中的应用

单宝忠

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

王海鸥 王义行

(吉林工业大学机械工程系 长春 130025)

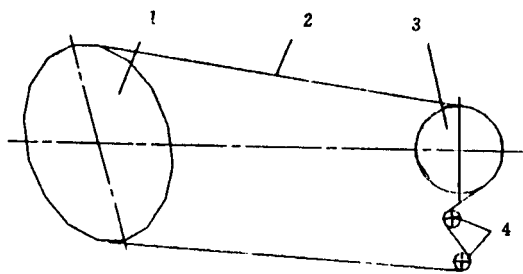
**摘要** 对非圆链传动进行初步运动分析。文中重点对非圆链传动(仅以椭圆链轮为例)机构瞬时传动比进行精确计算,所用公式由 Math CAD 推导得到。阐述了链轮齿数、链轮椭圆度与链传动中心距对瞬时传动比的影响,并在 Auto CAD 上显示、输出了相应的变化曲线。

**关键词** 链传动 非圆链轮 瞬时传动比

## 1 非圆链传动机构概述

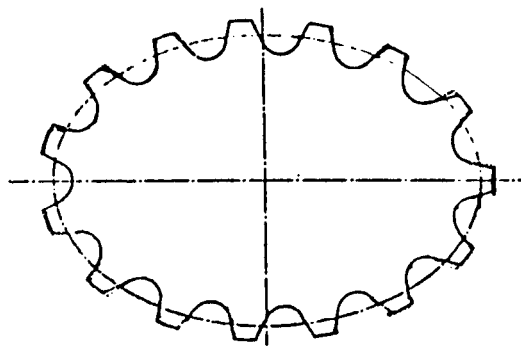
正圆链传动机构通常由传动链条、正圆形的主动和从动链轮构成。非圆链传动机构中至少应有一个链轮为非圆链轮。正圆链轮的分度圆可确定一个唯一的边数为  $Z$ , 边长为  $P$  的内接正多边形, 轮齿齿沟圆弧理论中心即为内接正多边形的顶点, 顶点间距离为链条节距  $P$ 。非圆链轮是指通过各齿沟圆弧中心的封闭曲线即链轮分度廓线不是正圆曲线的链轮, 在非圆链轮上顺次用线段连接相邻齿沟圆弧中心, 亦可构成一个边数为  $Z$ , 边长为  $P$  的等边多边形, 此即为非圆链轮的分度多边形, 分度多边形内接于分度廓线, 分度多边形应为凸多边形。非圆链轮随初始顶点位置的不同, 所组成的分度多边形也不同, 所以要用分度多边形的概念来确定非圆链轮。Fig. 1 所示为非圆链传动机构简图及一椭圆链轮。

传统正圆形链传动应用时, 通常只进行平均传动比计算。非圆链传动的应用是为了实现特殊传动比的传动, 因此对非圆链传动运动分析主要内容是精确计算其瞬时传动比。只要精确掌握了瞬时传动比就可以进一步得到链条移动速度、加速度与从动轮的角速度与角加速度。本文仅涉及瞬时传动比的分析, 完成这一工作是对非圆链传动作进一步运动分析的基础。



1 drive sprocket 2 chain  
3 driven sprocket 4 tension device

(a) non-circle chain drive diagram



(b) elliptical sprocket

Fig.1 Non-circle chain drive diagram and elliptical sprocket

非圆链传动瞬时传动比的变化比较复杂, 故用 MathCAD 推导得到计算公式。全部曲线均用高级语言编程, 并通过 AutoCAD 的 (. dxf) 接口文件转换, 在 AutoCAD 上显示并输出结果图形。

## 2 瞬时传动比理论计算公式推导

链传动的传动比计算可抽象分解为有限个平面四连杆机构进行瞬时传动比计算。这同样适用于非圆链传动的瞬时传动比计算。如 Fig. 2 所示, 主动链轮某齿  $Z_i$  已与链条紧边啮合, 而下一个齿  $Z_{i+1}$  还未进入啮合,  $Z_i$  所处分度多边形的顶点半径为  $R_i$ , 此顶点处半径与紧边夹角为  $C$ 。此时, 从动链轮某齿  $Z_{j-1}$  已经脱离啮合,  $Z_j$  所处分度多边形顶点半径为  $R_j$ ,  $R_j$  与紧边夹角为  $D$ 。紧边长度  $l_t$ , 中心距  $a$ , 由此可根据四连杆瞬时传动比计算公式得:

$$i = \frac{R_i \sin(C)}{R_j \sin(D)}$$

当主动链轮继续转动到某一时刻, 可能出现的状态有三种, 不同状态导致四连杆机构杆长与夹角发生不同变化。

状态 1: 主动链轮  $Z_{i+1}$  齿刚进入啮合, 而从动链轮  $Z_j$  齿还未脱离啮合。

状态 2: 主动链轮  $Z_{i+1}$  齿还未进入啮合, 而从动链轮  $Z_j$  齿刚脱离啮合。

状态 3: 主动链轮  $Z_{i+1}$  齿刚进入啮合, 同时从动链轮  $Z_j$  齿刚脱离啮合。

上述三种状态下四连杆机构杆长变化及各杆间角度变化如表 1 所示:

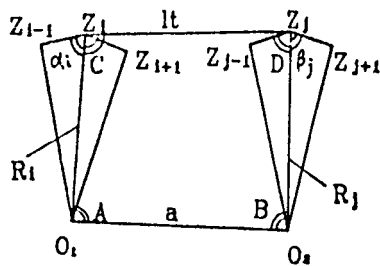
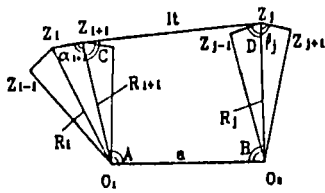


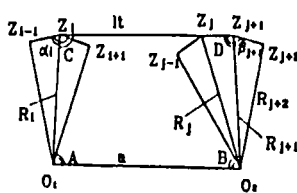
Fig. 2 Kinematic analysis

Table. 1 Variation of level length and angle between levels in four-bar linkage

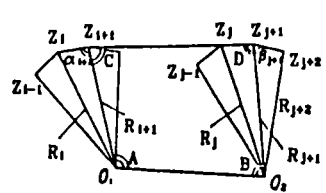
variation of parameters				
status	length of level	angle between levels	instantaneous ratio	sketch of motion
$R_i: R_{i+1}$	$L_i: L_i - p$	$A: A - \theta_i$	$i = R_{i+1}/R_j \cdot \sin C / \sin D$	see Fig. 3. a
$R_j: \text{constant}$	$A: \text{constant}$	$C: 180 - \alpha_{+1}$		
$A: \text{constant}$	$D: \text{constant}$	$B: \text{constant}$		
$R_j: R_{j+1}$	$L_i: L_i + p$	$A: \text{constant}$	$i = R_i/R_{j+1} \cdot \sin C / \sin D$	see Fig. 3. b
$R_j: \text{Constant}$	$A: \text{constant}$	$C: \text{Constant}$		
$A: \text{constant}$	$D: \alpha_{+1}$	$B: B + \theta$		
$R_i: R_{i+1}$	$R_j: R_{j+1}$	$A: A - \theta_i$	$i = R_{i+1}/R_{j+1} \cdot \sin C / \sin D$	see Fig. 3. c
$L_i: \text{constant}$	$A: \text{Constant}$	$C: 180 - \alpha$		
$A: \text{Constant}$	$D: \alpha_{+1}$			



(a) condition 1



(b) condition 2



(c) condition 3

Fig. 3 Conditions of meshing

上述三种状态在传动过程中交替发生, 每种状态从开始出现持续到下种状态出现之前, 四连杆机构的杆长不变, 故此四连杆机构的瞬时传动比即是链传动的瞬时传动比, 角  $A$  的变化幅值即是主动链轮所转过的角度。此区间为一连续区间。顺次计算每个连续区间四连杆机构的传动比, 并累加主动链轮转角, 可计算出非圆链传动传动比  $i$  与主动链轮转角  $\gamma$  间的函数关系。

在计算前应知道初始杆长  $R_i, R_j, L_i$  及  $C$ 。

$R_i, R_j$  分别为主从动链轮上两分度多边形顶点处半径。角  $C$  取主动链轮  $Z_i$  齿刚进入啮合时顶点处半径与紧边夹角:  $C = 180 - \alpha$ 。紧边链长要求为链节距的整数倍, 故须用试算法

计算, 确定  $L_i$  后, 取

$$L_i = P \cdot \text{int}\left(\frac{a^2 - (R_i - R_j)^2}{P}\right)$$

$$D = E + F$$

$$E = \arcsin\left(\frac{R_i}{AD \sin(C)}\right)$$

$$F = \arccos\left(\frac{AD^2 + R_j^2 - a^2}{2AD R_j}\right)$$

$$AD = \sqrt{L_i^2 + R_i^2 - 2L_i R_i \cos(C)}$$

由 Fig. 4 所示, 可按照三角关系计算出角  $D$ 。

用上述方法可计算出在已知链条节距  $P$ 、中心距  $a$ 、主动及从动链轮分度多边形、初始分度多边形顶点处半径  $R_i$  和  $R_j$  时, 其瞬时传动比函数  $i = F_i(\gamma)$ 。Fig. 5 所示为主动轮是齿数 47、长短轴比 1.1 的椭圆链轮, 从动链轮为齿数 53 的正圆链轮, 中心距为 600mm, 节距为 25.4mm 的非圆链传动瞬时传动比变化曲线。

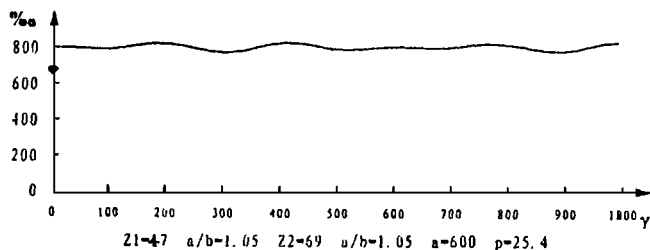


Fig. 5 Instantaneous ratio of non-circle chain drive

### 3 非圆链传动瞬时传动比的波动

与传统正圆链传动相比, 非圆链传动的多边形效应更为复杂, 从而引起瞬时传动比波动更为强烈。非圆链传动的瞬时传动比波动由两种类型的波动组成:

#### 3.1 连续波动

链传动在一个连续区间内(主从动链轮均无轮齿转换的状态下, 各杆长不变)可以等效成单一四连杆机构的传动过程。四连杆机构除平行四边形四连杆机构外均是变速传动机构, 因此必然存在瞬时传动比波动。此时, 瞬时传动比是主动链轮转角  $\gamma$  的连续函数。故称此种波动为连续波动。连续波动发生在每个连续区间内, 其波动幅值是单一四连杆机构传动比的变化值。单一连续区间内  $R_i, R_j$  均不变, 传动比的变化受角  $C, D$  的变化影响。

#### 3.2 阶跃波动

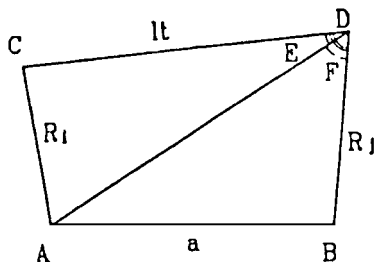


Fig. 4 Geometric diagram of calculating angle  $D$

当滚子与轮齿啮入或啮出的瞬间,链传动的等价四连杆机构杆长  $R_i, R_j$  及杆间角  $C, D$  的数值均在瞬间发生突变,此时的瞬时传动比也发生突变,瞬时传动比  $i$  是主动链轮转角  $\gamma$  的不连续函数,故由此产生的瞬时传动比为阶跃波动。阶跃波动产生于两个连续区间之间。阶跃波动的幅值  $\Delta i$  对应于前述的四连杆机构的三种不同状态有如下关系式:

状态 1

$$\Delta i = \frac{R_{i+1} \sin(180 - \alpha_{+1})}{R_j \cdot \sin(D)} - \frac{R_i \cdot \sin(\beta_i)}{R_j \cdot \sin(D)}$$

状态 2

$$\Delta i = \frac{R_i \sin(C)}{R_{j+1} \cdot \sin(\alpha_{+1})} - \frac{R_i \cdot \sin(C)}{R_j \cdot \sin(180 - \beta_j)}$$

状态 3

$$\Delta i = \frac{R_{i+1} \sin(180 - \alpha_{+1})}{R_{j+1} \cdot \sin(\alpha_{+1})} - \frac{R_i \cdot \sin(\beta_i)}{R_j \cdot \sin(\beta_j)}$$

非圆链传动的瞬时传动比波动即由上述两种波动构成。两种波动交替发生,构成链传动全过程的瞬时传动比波动。两者中任一波动幅值增大都导致瞬时传动比波动增大。影响瞬时传动比波动的因素有:

#### (1) 齿数因素

角  $C$  的变化幅值由主动链轮分度多边形各顶点处分度多边形两边及顶点处半径的相互夹角决定。具有相同分度廓线的非圆链轮,  $Z$  越大,角  $C, D$  的变动幅值越小。因此,增加主动及从动链轮齿数可减小连续波动幅值。

Fig. 6 显示了齿数对瞬时传动比波动的影响。在这些图中,主从动链轮齿数比约为 0.67。主从动链轮分度廓线为椭圆,分度多边形起始点在椭圆长轴上,传动中心距为 600mm,链条节距为 25.4mm。各图按齿数增加的顺序排列。比较各图可以看出,齿数减少时(主动链轮 19 齿,从动链轮 29 齿)阶跃波动和连续波动均非常大。随着齿数的增加,瞬时传动比波动明显变小,当齿数大到一定的数值(主动轮 41 齿,从动轮 61 齿)之后,瞬时传动比曲线已接近光滑曲线。

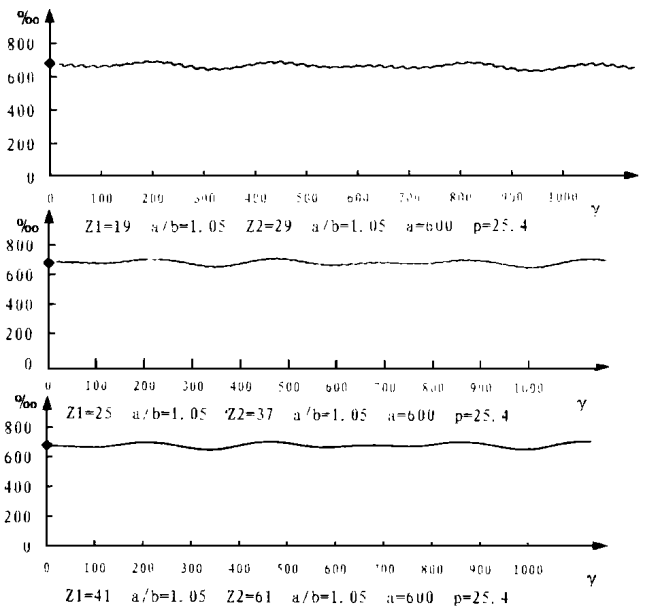


Fig. 6 Instantaneous ratio varying with number of teeth

比较各图可以看出,齿数减少时(主动链轮 19 齿,从动链轮 29 齿)阶跃波动和连续波动均非常大。随着齿数的增加,瞬时传动比波动明显变小,当齿数大到一定的数值(主动轮 41 齿,从动轮 61 齿)之后,瞬时传动比曲线已接近光滑曲线。

### (2) 非圆链轮的不圆度因素

非圆链轮相邻顶点处半径差  $\Delta R_i$  或  $\Delta R_j$  表明了非圆链轮与正圆链轮的差异程度, 并以此表示非圆链轮的不圆度。相邻顶点处半径与链条链节可构成一三角形。若不圆度越大则长度差越大, 构成钝角三角形, Fig. 7 (a) 为  $\alpha > 90$  的情况, Fig. 7(b) 为  $\beta > 90$  的情况。

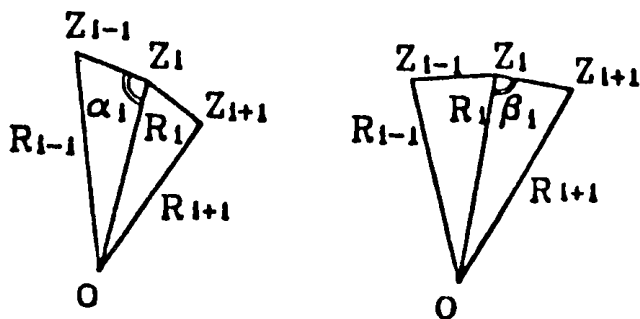
(a)  $\alpha > 90$ (b)  $\beta > 90$ 

Fig. 7 Pinnacle radius and chain pitch consisting of triangle

Fig. 8 中给出了主动链轮齿数 29, 从动链轮齿数 37, 传动中心距 600mm, 链条节距 25.4mm 时椭圆链轮在不同椭圆度下的瞬时传动比变化曲线。由图可以看出, 非圆链轮的不圆度越大, 连续波动幅值越大。

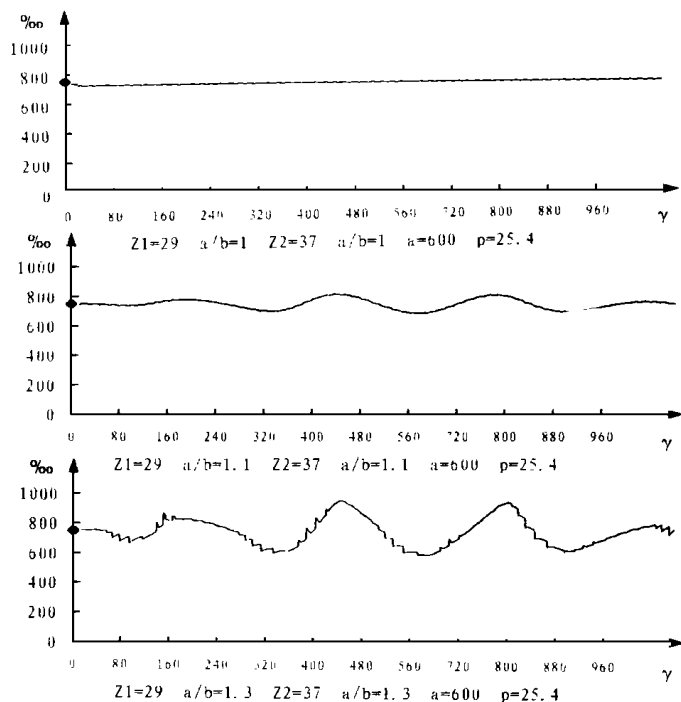


Fig. 8 Instantaneous ratio varying with ovality of sprocket

### (3) 中心距因素

Fig. 9 显示了非圆链传动中心距对瞬时传动比波动的影响。各图中, 主动链轮 17 齿, 从动链轮 21 齿, 链条节距 25.4mm, 主从动链轮分度廓线均为椭圆, 分度多边形起点在椭圆长轴上, 主动链轮长短轴比 1.0, 从动链轮长短轴比 1.1, 各图按顺序传动中心距以 4mm 的幅值增加。比较各图可以看出, 瞬时传动比波动特别是阶跃波动幅值随着传动中心距的变化发生变化, 其变化幅值主要与主、从动链轮所处的啮合位置有关。

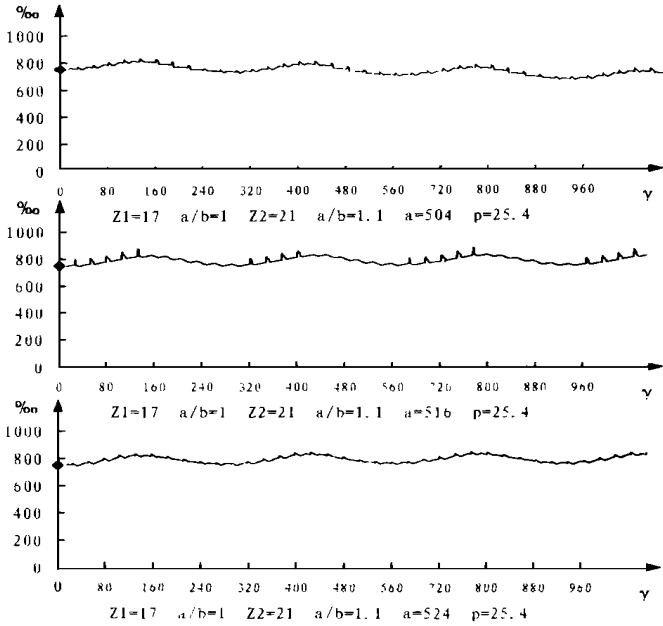


Fig.9 Instantaneous ratio varying with central distance

## 4 结 论

1. 非圆链传动由于在传动结构上采用非圆链轮, 所以其瞬时传动比的变化远比传统的正圆链轮的链传动复杂得多;
2. 非圆链传动的链轮齿数越小, 链传动瞬时传动比的跃变性越大;
3. 采用椭圆链轮的非圆链传动, 链轮的椭圆度越大, 则链传动瞬时传动比的跃变性越大;
4. 非圆链传动的中心距由于影响链条与链轮啮合的相位, 所以主从链轮越接近同相位啮合, 其瞬时传动比跃变性越小。

## 参 考 文 献

- 1 王海鸥. 非圆链传动研究. 吉林工业大学, 硕士学位论文, 1993
- 2 Stachel H. Nonuniform Chain-wheel Drive. IFT OMM Eight World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Prague: 1991. 345 ~ 349

## Application of CAD in Non-circle Chain Drive Instantaneous Ratio Analysis

SHAN Bao-Zhong

(*Changchun Institute of Optics Fine Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022*)

WANG Hai-Ou, WANG Yi-Xing

(*Dept. of Mechanical Engineering, Jilin University of Technology, Changchun 130025*)

### Abstract

The kinematics of non-circle chain drive was analyzed preliminarily. In this paper, instantaneous ratio of non-circle chain drive was calculated precisely. The equations were gained by using MathCAD. The effects of number of teeth, ovality of sprocket and central distance of chain drive on instantaneous ratio was also expounded, and the varying curves were shown and exported using AutoCAD.

**Key words:** Chain drive, Non-circle sprocket, Instantaneous ratio

单宝忠 男,生于1970年3月,1996年获吉林工业大学机械学硕士学位,现为中国科学院长春光学精密机械研究所博士研究生,主要从事光学仪器的整机动力学分析工作。